フェルマーの最終定理と mod の関係についての考察

フェルマーの最終定理　$A^n+B^n=C^n$　はその数式の持つｍｏｄによって等式が拘束されるという特徴を持ちます。
このことについて説明したいと思います。

まず、A，B，C，は互いに素である自然数であるとし、まずA,B,が奇数でありC,が偶数である場合について考えてみます。
まず、n=２のときＡのｍｏｄは

$(2k+1)^2=4k^2+4k+1$　　（ｍｏｄ４　+１）となります。

つまり左辺は　（ｍｏｄ４　＋２）であり、右辺は偶数ですから（ｍｏｄ４）です。
左辺の取りうる数値は、６，１０，１４、～となり、右辺は　４，８，１２、～となりますので両辺の取りうる数値が一致しないため等号が成立しません。
このためＡ，とＣ，を奇数とし、Ｂ，を偶数とすることにより左右両辺のｍｏｄのバランスをとり、等式として成立するようにします。
ちなみに主な数式のｍｏｄを書き出してみますと、

$$\left(2k+1\right)^3\equiv\left(mod\,2+1\right)\qquad\left(2k+1\right)^4\equiv\left(mod\,8+1\right)$$

$$\left(2k+1\right)^5\equiv\left(mod\,2+1\right)\qquad 2^n\equiv\left(mod\,2^n\right)$$

などそれぞれ固有の値を持ちます。

次に n=3 の時について考えてみます。
A,と C,は奇数ですから、C=A+2t とし、B=2b と置き、ｔとｂは自然数とするとき、

$$A^3+2^3b^3=(A+2t)^3$$　となります

これを A,を右辺に移項して両辺を整理すると、

$8b^3=2t\{3A^2+6At+4t^2\}$　となり、これに A=2k+1 を代入すると

$$8b^3\neq 2t\{12k^2+12k\left(t+1\right)+4t^2+6t+3\}$$

となり、左辺は（ｍｏｄ８）であるが右辺は（ｍｏｄ２）等式が成立しません。
そこでｂ＝２Ｐ＋１　ｔ＝４に変換してｍｏｄのバランスをとると、

$$8P^3+12P^2+6p+1=12k^2+60k+91$$　となります・

これより　p＝3　$k=\frac{-5\pm\sqrt{109}}{2}$　が得られますが、数式を変更した影響で自然数解ではありません。

次に n=4 について考えると同様に

$$16b^{4}\neq 8t\left\{8k^{3}+12k^{2}\left(t+1\right)+2k\left(4n^{2}6n+3\right)\right.$$

$$\left.+n\left(2n^{2}4n+3\right)+1\right\}$$

となり、ｍｏｄは不統一です。上記と同様にｂとｔを代入すると

$$\left(2p+1\right)^{4}\neq 8k^{3}+36k^{2}+62k+39$$

となり、両辺のｍｏｄは全く一致しません。

この数式は、左辺Ｂのｍｏｄは2^{n}であるのに対して、右辺のｍｏｄは２ｎ以下となり、両辺のｍｏｄが統一する可能性は$n\geq 3$　においてはありません。

　つまりフェルマーの最終定理　$A^{n}+B^{n}=C^{n}$　は$n\geq 3$　の時、ＡとＣが奇数である事によって左右両辺のｍｏｄのバランスを保っているのであって、左辺のＡを右辺に移項した瞬間に等式が壊れるという、驚くべき特徴を持っている数式なのです！